

17. Sia $A := \{0, 1, 2\}$. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

	vero	falso
$\{0\} \in A$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{0\} \subset A$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$0 \in A$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{\emptyset\} \subset A$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{\emptyset\} \in A$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\emptyset \in A$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\emptyset \subset A$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{0, 1\} \subset \mathcal{P}(A)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{0, 1\} \in \mathcal{P}(A)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$1 \in \mathcal{P}(A)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{1\} \in \mathcal{P}(A)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{1, 2\} \in A \times A$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\{1, \{2\}\} \in \mathcal{P}(A)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

18. $(A \times B) \setminus (C \times D) = ((A \cap C) \times (B \setminus D)) \cup ((A \setminus C) \times B)$
(prop. 5.15).

19. $(A \times B) \setminus (C \times D) = ((A \setminus C) \times B) \cup (A \times (B \setminus D))$.

Dopo la dimostrazione illustrare l'enunciato con una figura per il caso $A, B, C, D \subset \mathbb{R}$.

20. $A \cap (B \Delta C) = (A \cap B) \Delta (A \cap C)$.

21. Dimostrare per induzione che

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

per ogni $n \in \mathbb{N}$.

22. Dimostrare per induzione che

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6}.$$

23. $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n+1) = ?$

Trovare prima la formula utilizzando l'esercizio 21; dimostrare poi la formula una seconda volta per induzione.

24. $1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$.