

Introduzione

Questa tesi contiene alcuni programmi in Python per la rappresentazione grafica di sistemi di Lindenmayer e, nell'ultimo capitolo, alcuni esperimenti con un nuovo tipo di rappresentazione che potrebbe essere interessante nelle applicazioni alla modellizzazione della crescita di colture cellulari e tessuti o della propagazione di epidemie.

Nel primo capitolo vengono descritte alcune proprietà del monoide libero A^* generato da un alfabeto A . Dopo aver richiamato alcuni classici risultati sull'immergibilità di un semigruppato in un gruppo, si dimostra che il monoide libero A^* soddisfa le condizioni di Maltsev ed è quindi sottomonoido di un gruppo.

Nel secondo capitolo un sistema di Lindenmayer è definito come tripla (A, φ, Ω) , in cui φ è un endomorfismo del monoide A^* ed Ω una parola del monoide detta *elemento iniziatore*. Un endomorfismo di A^* può essere considerato come un meccanismo di riscrittura, che parte dall'elemento iniziatore, al quale si sostituisce, ripetutamente, l'immagine dell'ultima parola ottenuta tramite l'endomorfismo φ . Una prima realizzazione dei sistemi di Lindenmayer in Python è molto semplice e richiede soltanto due funzioni che definiscono un dizionario con le regole del sistema e una lista di stringhe i cui elementi vengono riscritti secondo le regole definite. Come primi esempi di sistemi di Lindenmayer vengono presentati la successione di Morse e la successione di Cantor.

Nel terzo capitolo discutiamo prima alcuni aspetti teorici riguardanti parole bilanciate, sui quali si basa l'uso di parentesi nella rappresentazione di strutture ramificate tramite sistemi di Lindenmayer. Lavorando direttamente con liste annidate di funzioni, possiamo però realizzare l'elaborazione ramificata in modo molto più semplice ed efficiente.

Con questa tecnica nel quarto capitolo possiamo realizzare la rappresentazione grafica di alcune figure classiche mediante il metodo della tartaruga.

Nel quinto capitolo vengono discusse brevemente le trasformazioni di Möbius, in particolare gli automorfismi olomorfi del disco unitario e le trasformazioni di Möbius reali che trasformano l'intervallo unitario in sé stesso.

Il sesto capitolo contiene alcune nuove idee per la rappresentazione di culture cellulari o della propagazione di epidemie tramite sistemi di Lindenmayer, in cui si utilizzano trasformazioni di Möbius del disco unitario e trasformazioni affini e quadratiche del piano.