Da sostituire negli appunti

Definizione 14.9. X sia un insieme e σ una permutazione di X. Poniamo

$$\operatorname{Fix}\sigma := \{x \in X \mid \sigma(x) = x\}$$
$$\operatorname{Mossi}\sigma := X \setminus \operatorname{Fix}\sigma = \{x \in X \mid \sigma(x) \neq x\}$$

Proposizione 14.10. *X sia un insieme e σ, τ due permutazioni di X tali che* $\operatorname{Mossi}\sigma \cap \operatorname{Mossi}\tau = \emptyset$. *Allora* $\sigma\tau = \tau\sigma$.

<u>Dimostrazione.</u> (1) Osserviamo prima che $\sigma(\operatorname{Mossi}\sigma) \subset \operatorname{Mossi}\sigma$.

Sia infatti $x \in \operatorname{Mossi}\sigma$, ma $\sigma(x) \in \operatorname{Fix}\sigma$. Allora $\sigma^2(x) = \sigma(x)$.
Però σ è un'applicazione iniettiva e quindi $\sigma(x) = x$, una contraddizione all'ipotesi che $x \in \operatorname{Mossi}\sigma$.

(2) È chiaro che $X = \operatorname{Mossi}\sigma \cup \operatorname{Mossi}\tau \cup (\operatorname{Fix}\sigma \cap \operatorname{Fix}\tau)$.

(3) Sia $x \in \operatorname{Mossi}\sigma$. Per ipotesi allora $x \notin \operatorname{Mossi}\tau$, per cui $\tau(x) = x$. Ciò implica $\sigma\tau(x) = \sigma(x)$.
Per il punto (1) anche $\sigma(x) \in \operatorname{Mossi}\sigma$, per cui di nuovo $\tau\sigma(x) = \sigma(x)$. Ciò mostra $\sigma\tau(x) = \tau\sigma(x)$.

(4) Nello stesso modo si ragiona per $x \in \operatorname{Mossi}\tau$.

(5) Se infine $x \in \operatorname{Fix}\sigma \cap \operatorname{Fix}\tau$, allora $\sigma\tau(x) = x = \tau\sigma(x)$.

Nota 15.7 - primo inserto

```
nelmezz odelcam mindino stravit amiritr ovaiper unaselv aoscura
```

Nota 15.7 - secondo inserto

```
mleznze lecaomd dninmoi arvistt riitarm iapeorv saeluvn csuraao
```

Nota 15.7 - terzo inserto

```
riitarm iapeorv saeluvn csuraao lecaomd dninmoi arvistt mleznze
```